

Моделирование тепловых процессов в секционированном биореакторе

Мизонов В.Е., Першин И.М., Елин Н.Н., доктора техн. наук, Афанасов В.Х., асп., Лезнов В.С., студ.

Предложена ячеечная математическая модель теплообмена между ячейками контейнера биореактора с источниками теплоты с переменной по длине температурой и источниками потока вентилярующего газа. Исследовано влияние параметров процесса на неравномерность распределения температуры по ячейкам контейнера. Показано, что существенную роль в выравнивании этого распределения играет продольная теплопередача между ячейками контейнера.

Ключевые слова: биореактор, распределение температуры, ячеечная модель, переходная матрица.

Modeling of heat processes in a sectioned bioreactor

Mizonov V.E., Doctor of Engineering Science, Pereshin I.M., Doctor of Engineering Science, Elin N.N., Doctor of Engineering Science, Aphanasov V.X., Graduate student, Leznov V.S., student

A cell mathematical model of heat between the cells of container of a bioreactor and heat source variable over length temperature through a gas flow separating the container and heat source is offered. The influence of the process parameters on the non-uniformity of temperature distribution over the cells of container is investigated. It is shown that the longwise heat transfer between the cells of container plays significant role in flattening of this distribution.

Keywords: bioreactor, sharing the temperature, cell model, connecting matrix.

В ряде биореакторов (например, в инкубаторах) целью теплового процесса является поддержание постоянной температуры в ячейках секционированного контейнера, где находятся биологические объекты, подлежащие термической обработке. Над этими телами с воздушным зазором расположены источники теплоты с заданной температурой. Источники могут перекрывать каждую секцию, несколько секций или весь объем сразу. В зазор между источниками теплоты и обрабатываемыми телами подается воздух, необходимый для вентиляции тел. Кроме того, на определенной стадии термообработки объектов в них могут возникать экзотермические биохимические реакции, приводящие к появлению в телах внутренних источников теплоты. Для проектирования и эксплуатации таких реакторов актуальной является задача моделирования распределения температуры между секциями и управления параметрами реактора для поддержания этой температуры равномерной и постоянной. Ниже предлагается одномерная математическая модель такого процесса.

Рассмотрим декомпозицию системы на элементарные подсистемы – ячейки, внутри которых в каждый момент времени все термодинамические параметры считаются равномерно распределенными по объему ячеек. Основные принципы построения таких моделей изложены в [1]. Для этого разобьем общую длину процесса L на отрезки Δx , которые и формируют упомянутые ячейки (рис.1).

Будем считать, что длина отрезка Δx совпадает с длиной секции контейнера, т. е. процесс разбивается на $m = L/\Delta x$ ячеек. В результате получаем две параллельные цепи ячеек: одну для

газа, между ячейками которой возможен перенос и массы и теплоты, и одну для обрабатываемых тел, вдоль которой возможен только перенос теплоты. Кроме того, сходственные ячейки обеих цепей могут обмениваться теплотой друг с другом и с источниками теплоты, т. е. каждая из цепей является источником (стоком) теплоты для другой. Моделирование сопряженных цепей ячеек, в которых одна цепь является источником теплоты (массы) для другой и наоборот, подробно описано в [2].

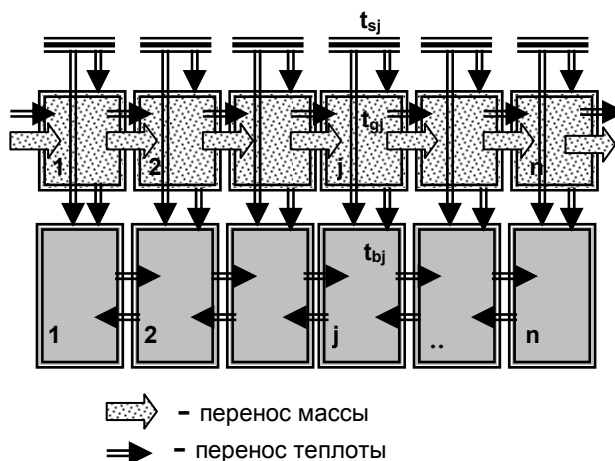


Рис. 1. Расчетная схема реактора и его ячеечная модель

Будем рассматривать состояние системы через малые дискретные промежутки времени Δt . Тогда текущие моменты наблюдения состояния системы могут быть записаны как $\tau^k = (k-1)\Delta t$, где $k = 1, 2, 3, \dots$ – номер временного перехода, или целочисленный аналог текущего времени. Таким образом, все перемен-

ные процесса становятся целочисленными: пространственная координата характеризуется номером ячейки $j = 1, 2, 3, \dots, m$, время – номером перехода $k = 1, 2, \dots$

Состояние цепи в некоторый момент времени может быть описано вектором-столбцом состояния размера $1 \times m$. Например, распределение температуры газа по ячейкам в k -й момент выгладит как $t_g^k = \{t_{gj}^k\}, j = 1, \dots, m$.

Эволюция теплового состояния системы определяется рекуррентными матричными равенствами:

$$Q_g^{k+1} = M_g \cdot (Q_g^k + \Delta Q_g^k) + Q_{gf}^k, \quad (1)$$

$$m_g^{k+1} = M_g \cdot m_g^k + m_{gf}^k, \quad (2)$$

$$Q_b^{k+1} = P_Q \cdot (Q_b^k + \Delta Q_{gb}^k), \quad (3)$$

где Q_g и Q_b – векторы запасов теплоты в ячейках газа и контейнера соответственно; m_{gf} и Q_{gf} – векторы источников массы газа и вносимой с ним теплоты за один переход в первую ячейку цепи для газа:

$$m_{gf}^k = \{G_g \Delta \tau \ 0 \ 0 \ \dots \ 0\}', \quad (4)$$

$$Q_{gf}^k = \{c_g t_{g0} G_g \Delta \tau \ 0 \ 0 \ \dots \ 0\}',$$

векторы передаваемой от цепи к цепи теплоты рассчитываются как

$$\Delta Q_g^k = \alpha_{sg} \cdot (b \Delta x) \cdot (t_s^k - t_g^k) \cdot \Delta \tau - \alpha_{gb} \cdot (b \Delta x) \cdot (t_g^k - t_b^k) \cdot \Delta \tau, \quad (5)$$

$$\Delta Q_{gb}^k = \alpha_{gb} \cdot (b \Delta x) \cdot (t_g^k - t_b^k) \cdot \Delta \tau, \quad (6)$$

где α_{sg} и α_{gb} – векторы коэффициентов теплоотдачи от источника к газу и от газа к телам (оператор \cdot означает поэлементное умножение векторов).

В равенствах (1)–(3) M_g и P_Q – переходные матрицы, описывающие переходы субстанции между ячейками в течение времени перехода $\Delta \tau$. Переходная матрица для несжимаемого газа в ячейках канала постоянного сечения имеет вид

$$M_g = \begin{bmatrix} 1-v & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ v & 1-v & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & v & 1-v & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & v & 1-v & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1-v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & v & 1-v \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где $v = v_{gj}$ – доля массы газа в ячейке, переходящая в следующую по ходу движения ячейку за один временной переход (предполагается, что обратные переходы, вызванные, например, турбулентностью, отсутствуют или пренебрежимо малы). Эти величины могут быть рассчитаны по формуле

$$v_{gj} = V_{gj} \frac{\Delta \tau}{\Delta x} = \frac{G_g \Delta \tau}{m_{gj}}, \quad (8)$$

где V_{gj} – физическая скорость газа в канале, определяемая по уравнению неразрывности

$$V_{gj} = G_g / (\rho_g b h), \quad (9)$$

где G_g и ρ_g – расход и плотность газа; b и h – ширина и высота газового канала.

Переходная матрица, описывающая передачу теплоты между ячейками контейнера, имеет следующий вид:

$$P_Q = \begin{bmatrix} 1-d & d & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ d & 1-2d & d & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & d & 1-2d & d & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & 1-2d & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1-2d & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & d & 1-d \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где безразмерный параметр d рассчитывается по формуле

$$d = \frac{kS \Delta \tau}{c_p}, \quad (11)$$

где k – коэффициент теплопередачи между ячейками; S – боковая поверхность ячейки; c и ρ – удельная теплоемкость и плотность твердого.

Представленная равенствами (1)–(11) математическая модель процесса полностью описывает эволюцию теплового состояния реактора и позволяет рассчитывать установившиеся распределения его параметров. Модель свободна от каких-либо ограничений на линейность процесса и на переменность внешних условий, в частности, на распределение температуры тепловых источников по длине контейнера. Последнее позволяет использовать модель для поиска оптимального распределения этой температуры, обеспечивающего равномерное распределение температуры по ячейкам реактора.

На рис. 2 показано управление процессом путем изменения вдоль реактора температуры источника, в частности, ее линейным уменьшением с 50 до 40 °С. На верхнем графике (а) расчеты выполнены для теплоизолированных ячеек твердого, т. е. при отсутствии продольной теплопередачи между ними, и для неподвижного газа. В этом случае распределение температур газа и твердого должно стремиться к заданному распределению температуры источника (рис. 2,а).

Распределения (рис. 2,б) построены и для движущегося воздуха, и для значительной продольной теплопередачи. Асимптотическое распределение температуры твердого (правый край белой поверхности) практически равномерно. Однако такое распределение температуры источника фактически соответствует индивидуальному источнику над каждой ячейкой, что вряд ли приемлемо для аппаратурного оформления реального биореактора.

Рис. 3 также иллюстрирует влияние изменения по длине температуры источника, которое более реалистично, так как отдельные поверхности источника перекрывают всего две зоны по 5 ячеек. Анализ графиков (рис. 3,б) показывает, что достигаемый результат прак-

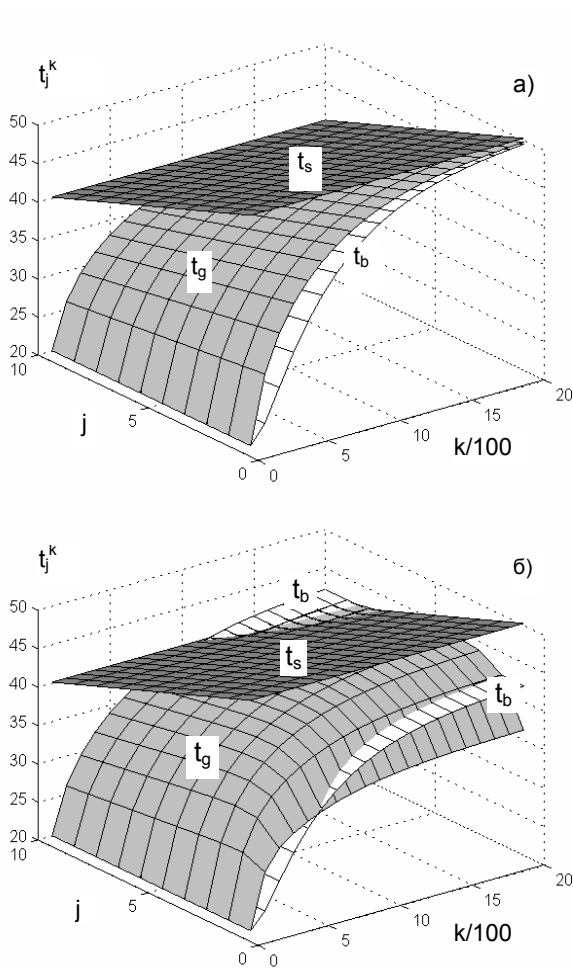


Рис. 2. Эволюция температуры источника, газа и твердого при неподвижном газе и отсутствии продольной теплопередачи (а) и при их наличии (б) ($v_g = 0,005$; $d = 0,4$)

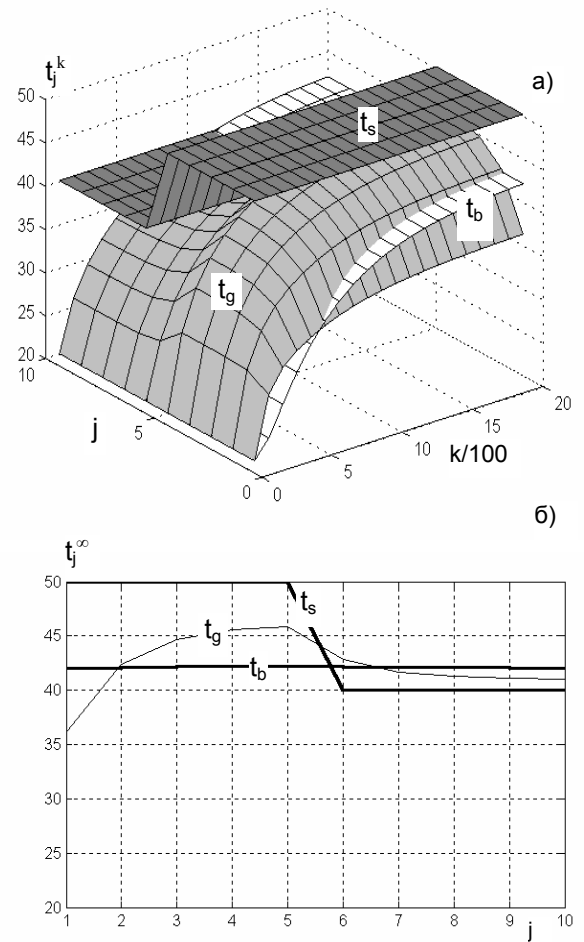


Рис. 3. Эволюция температуры источника, газа и твердого (а) и установившиеся распределения температур (б) при ступенчатом изменении температуры источника ($v_g = 0,005$; $d = 0,4$)

тически не отличается от предыдущего линейного распределения температуры (распределение температуры по ячейкам твердого практически равномерно), но этот вариант гораздо проще для практической реализации.

Как в первом, так и во втором случае распределения переменной температуры источников

теплоты (нагревательных элементов) большую роль в выравнивании температуры по ячейкам контейнера играет продольная теплопередача между ячейками. Ее влияние дополнительно иллюстрируется расчетными данными, приведенными на рис. 4, где показаны установившиеся распределения температур при различной про-

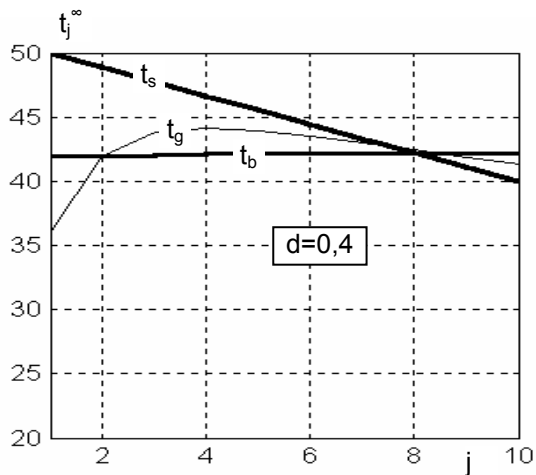
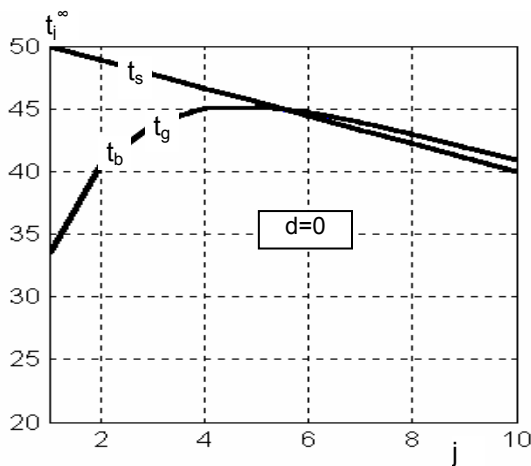


Рис. 4. Установившиеся распределения температур при различной интенсивности продольной теплопередачи между ячейками контейнера ($v_g = 0,005$)

дольной теплопередаче и линейном убывании температуры источников.

При отсутствии продольной теплопередачи (верхний график) распределение температуры газа и твердого практически совпадают, но отличаются большой неравномерностью. При значительной продольной теплопередаче (рис. 4,б) эти температуры существенно различаются, но распределение температуры по контейнеру близко к равномерному.

Мизонов Вадим Евгеньевич,
Ивановский государственный энергетический университет,
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой прикладной математики,
e-mail: mizonov@home.ivanovo.ru

Першин Иван Михайлович,
Ивановский государственный архитектурно-строительный университет,
доктор технических наук, профессор кафедры гидравлики и водоснабжения,
телефон (4932) 41-61-22.

Елин Николай Николаевич,
Ивановский государственный архитектурно-строительный университет,
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой гидравлики и водоснабжения,
телефон (4932) 41-61-22.

Афанасов Владимир Христофорович,
Ивановский государственный архитектурно-строительный университет,
аспирант кафедры гидравлики и водоснабжения,
телефон (4932) 41-61-22.

Лезнов Владимир Сергеевич,
Ивановский государственный энергетический университет,
студент,
e-mail: mizonov@home.ivanovo.ru

Список литературы

1. **Berthiaux H., Mizonov V.** Applications of Markov Chains in Particulate Process Engineering: A Review // The Canadian Journal of Chemical Engineering. – V.85. – No.6. – 2004. – PP. 1143–1168.
2. **Mizonov V., Berthiaux H., Arlabosse P., Djerroud D.** Application of the theory of Markov chains to model heat and mass transfer between stochastically moving particulate and gas flows // Granular Matter. – V. 10. – Number 4 / June. – PP. 335–340.